



Descifrando la Dinámica de Fluidos: El Papel del Aprendizaje Automático

Flor Lizeth Torres Ortiz

Universidad Nacional Autónoma de México, Instituto de Ingeniería, Coordinación de Eléctrica y Computación, Ciudad de México, México.

ORCID: [0000-0002-4937-4586](https://orcid.org/0000-0002-4937-4586)

Recepción: 01 de mayo de 2024.

Aceptación: 11 de junio de 2024.

Junio 2024 • número de revista 10 • <https://10.22201/dgtic.26832968e.2024.10.25>

Este es un artículo de acceso abierto bajo la licencia Creative Commons Atribución-No Comercial 4.0 Internacional (CC BY-NC 4.0).

2683-2968/© 2024 UNAM. TIES, Revista de Tecnología e Innovación en Educación Superior es editada por la Universidad Nacional Autónoma de México a través de la Dirección General de Cómputo y de Tecnologías de Información y Comunicación. ISSN: 2683-2968. Reserva de Derechos de Autor: 04-2019-011816190900-203

Descifrando la dinámica de fluidos: el papel del aprendizaje automático

Resumen

El aprendizaje automático es una disciplina de la inteligencia artificial que se centra en el desarrollo de algoritmos y modelos capaces de extraer conocimiento a partir de datos, y que permite que las máquinas aprendan patrones significativos, realicen predicciones o tomen decisiones con la mínima intervención humana. Hoy en día, gracias a la disponibilidad de máquinas con alta capacidad computacional y al fácil acceso a grandes volúmenes de datos, el aprendizaje automático ha encontrado aplicaciones en diversas disciplinas, incluyendo la física y sus distintas ramas. En la dinámica de fluidos, por ejemplo, el aprendizaje automático se ha convertido en un proveedor de herramientas poderosas que pueden ayudar a desarrollar modelos más precisos y eficientes para describir el movimiento de los fluidos. Esto es especialmente relevante debido a la complejidad inherente a la descripción de los fluidos y a la amplia variedad de áreas en las que intervienen, desde el diseño de aviones hasta la predicción del clima. Los objetivos de este artículo son dos: (1) exponer la manera en que las herramientas desarrolladas en la dinámica de fluidos y en el aprendizaje automático se complementan para abrir nuevas vías de investigación, y (2) enfatizar la importancia de mantener presentes las leyes fundamentales de la física al interpretar los datos. Para ello, se presenta un caso de estudio de flujo bifásico de alta viscosidad y las problemáticas que motivaron la utilización del aprendizaje automático.

Palabras clave: Inteligencia artificial, aprendizaje automático, dinámica de fluidos, flujo bifásico, modelado.

Decoding Fluid Dynamics: The Contribution of Machine Learning

Abstract

Machine learning is a discipline of artificial intelligence focused on developing algorithms and models capable of extracting knowledge from data, allowing machines to learn meaningful patterns, make predictions, or make decisions with minimal human intervention. Today, thanks to the availability of high-capacity computational

machines and easy access to large volumes of data, machine learning has found applications in various disciplines, including physics and its different branches. In fluid dynamics, for example, machine learning has become a provider of powerful tools that can help develop more accurate and efficient models to describe fluid movement. This is especially relevant due to the inherent complexity of describing fluids and the wide variety of areas they impact, from aircraft design to weather prediction. The objectives of this article are twofold: (1) to demonstrate how tools developed in fluid dynamics and machine learning complement each other to open new avenues of research, and (2) to emphasize the importance of keeping fundamental physical laws in mind when interpreting data. To this end, a case study of high-viscosity two-phase flow and the issues that motivated the use of machine learning is presented.

Keywords: Artificial Intelligence; Machine Learning; Fluid Dynamics; Two-Phase Flow; Modelling.

Introducción

El aprendizaje humano sobre el comportamiento de los fluidos se remonta a tiempos previos al registro histórico. Comprender los fluidos ha sido fundamental no solo para resolver problemas en los que están involucrados, sino también para propulsar la invención y la innovación a partir de su comprensión. Aunque este proceso de aprendizaje y comprensión ha sido zigzagueante, con avances y retrocesos, se ha ido convirtiendo en un trabajo sistemático y sostenido que nos ha permitido transformar nuestro entorno en beneficio propio [1].

El proceso de comprensión de los fluidos, al igual que el de cualquier otro fenómeno, requiere de información de entrada, que consiste en observaciones (mediciones) de variables físicas, y proporciona una salida, que es un modelo matemático que sintetiza estas observaciones. El proceso de comprensión inicia con la ejecución de experimentos para obtener observaciones de las variables que protagonizan el comportamiento temporal y espacial del fluido de interés cuando está sometido a ciertos estímulos. Durante la ejecución de los experimentos, es fundamental mantener las mismas condiciones experimentales, así como controlar y/o cuantificar la magnitud de los estímulos para garantizar la reproducibilidad de los resultados, es decir, para asegurar que la respuesta del fluido ante los mismos estímulos sea consistente y repetible.

Después de llevar a cabo varios experimentos con resultados consistentes, se identifican las variables relevantes y se cuantifica su contribución al comportamiento del fluido. A continuación, se establecen posibles relaciones entre estas variables y se proponen parámetros que podrían conectarlas. Estas relaciones se verifican para asegurar que cumplan con los principios de conservación. Pueden ser tanto lineales como no lineales, e incluir ecuaciones diferenciales, integrales, probabilísticas, entre otras. Posteriormente, se calculan los errores entre las relaciones propuestas y las observaciones experimentales. Aquellas rela-

ciones que producen el menor error conforman un modelo matemático que sintetiza las observaciones experimentales. Finalmente, se verifica que el modelo sea capaz de reproducir de manera precisa el comportamiento del fluido en estudio, comparando las respuestas del modelo con nuevos datos.

El proceso de comprensión de un fenómeno, o proceso de modelado, recibe diversos nombres según la disciplina en la que se lleve a cabo. Por ejemplo, en el contexto de la teoría de control, se utiliza el término “identificación de sistemas”, que concretamente se refiere al estudio de las técnicas utilizadas para obtener modelos matemáticos de sistemas dinámicos necesarios para el diseño de controladores. En el ámbito de la inteligencia artificial, se utiliza el concepto de “aprendizaje automático”, que concretamente se refiere al área de la inteligencia artificial cuyo objetivo es concebir algoritmos para comprender la estructura de los datos y codificarla en modelos computacionales que puedan ser comprendidos y utilizados por los humanos.

1. ¿Qué es el aprendizaje automático?

Muchas de las definiciones de aprendizaje automático, *machine learning* en inglés, utilizan términos técnicos que pueden resultar confusos para quienes no tienen experiencia en ciencias de la computación. Una definición simple es la siguiente: el aprendizaje automático es el proceso de adquirir conocimiento de un sistema de manera autónoma a partir de los datos disponibles [2]. El resultado del empleo del aprendizaje automático es un modelo que, después de ser calibrado (entrenado) con un conjunto de datos dado, puede utilizarse para hacer predicciones o clasificaciones sobre nuevos datos. El aprendizaje automático se clasifica principalmente en tres categorías: supervisado, no supervisado y por refuerzo.

El aprendizaje supervisado es un procedimiento mecanizado para obtener un modelo que englobe las relaciones entre dos conjuntos de datos previamente clasificados: el conjunto de datos de los estímulos (entradas) que accionan un sistema (o fenómeno), y el conjunto de datos de las respuestas a estos estímulos (salidas). Para encontrar estas relaciones se hace uso de un algoritmo de optimización que minimice el error entre las salidas proporcionadas por el modelo y las salidas reales del sistema.

En el aprendizaje no supervisado, el objetivo principal suele ser explorar la estructura oculta de los datos, como identificar agrupamientos naturales (clustering), encontrar dimensiones latentes (reducción de dimensionalidad) o detectar anomalías. El aprendizaje no supervisado sólo consigue resultados útiles si en los datos de entrada existe cierto tipo de redundancia. Sin redundancia sería imposible encontrar patrones o características en los datos, pues sería como tener ruido aleatorio. A los modelos que se obtienen utilizando este tipo de aprendizaje se les conoce como sistemas autoorganizados, debido a que se ajustan dependiendo de los valores recibidos. En el aprendizaje por refuerzo no se dispone de información concreta del error cometido por el modelo, sino que simplemente se determina (califica) si la salida producida para una entrada en particular es o no adecuada.

2. Modelando el Movimiento de los Fluidos con Aprendizaje Automático

Los principios fundamentales, como las leyes de conservación, han sido los ladrillos en la construcción de modelos para sistemas que involucran flujo de fluidos. Para casos sencillos de modelado estos principios son adecuados; sin embargo, cuando se trata de modelar casos complejos utilizando, por ejemplo, las ecuaciones de Navier-Stokes, obtener la solución de los modelos se convierte en una tarea monumental que demanda una enorme cantidad de datos y cálculos computacionales extremadamente intensivos. Para fines prácticos, como aplicaciones en tiempo real, esto resulta prohibitivamente costoso en términos de recursos computacionales y tiempo. Una alternativa consiste en obtener aproximaciones de estas ecuaciones a partir de experimentos de laboratorio [3], razón por la que se ha invertido un esfuerzo considerable en la obtención de modelos de orden reducido precisos y eficientes que capturen los mecanismos de flujo esenciales a un bajo costo [4]. El objetivo de obtener un modelo de orden reducido es describir la evolución espacio-temporal del flujo como un sistema dinámico parametrizado balanceando eficiencia y precisión. En este contexto, el aprendizaje automático, en particular el aprendizaje supervisado, ofrece nuevas perspectivas para la creación de modelos de orden reducido en la dinámica de fluidos, al proporcionar un marco conciso que complementa y amplía las metodologías existentes. No obstante, es importante remarcar que el aprendizaje automático es una herramienta complementaria para el proceso de modelado, que no puede reemplazar los principios físicos y prescindir de ellos, sino que debe incorporarlos para obtener los mejores resultados y que estos develen conocimiento.

3. Procedimiento de modelado mediante aprendizaje supervisado

En el aprendizaje supervisado se selecciona un **modelo candidato** que se caracteriza por tener parámetros (θ) que deben ser estimados y se define una **función de costo**, la cual depende de los datos de las entradas (x), las salidas reales del sistema (y) y las predicciones del modelo ($f(x,y,\theta)$). La minimización de la función costo determinará los parámetros desconocidos del modelo (θ), los cuales ponderan las relaciones entre las entradas y las salidas. En este contexto, el aprendizaje supervisado se remonta a los métodos de regresión e interpolación propuestos hace siglos por Gauss [5]. Una función costo comúnmente empleada es $E[y,f(x,y)] = \|y - f(x,y,\theta)\|^2$.

Las redes neuronales artificiales (RNA) son los **modelos candidatos** más empleados en el aprendizaje supervisado cuando las relaciones que definen el sistema o fenómeno a modelar son complicadas. La popularidad de las RNA se debe a su capacidad de aproximar funciones complejas y no lineales, así como a su capacidad para procesar múltiples entradas simultáneamente, su robustez frente al ruido y su resiliencia ante datos incompletos y datos incorrectos. En la Figura 1, se muestra la arquitectura de una neurona artificial inspirada en una neurona biológica, mientras que en la Tabla 1, se explica brevemente el funcionamiento de una red neuronal.

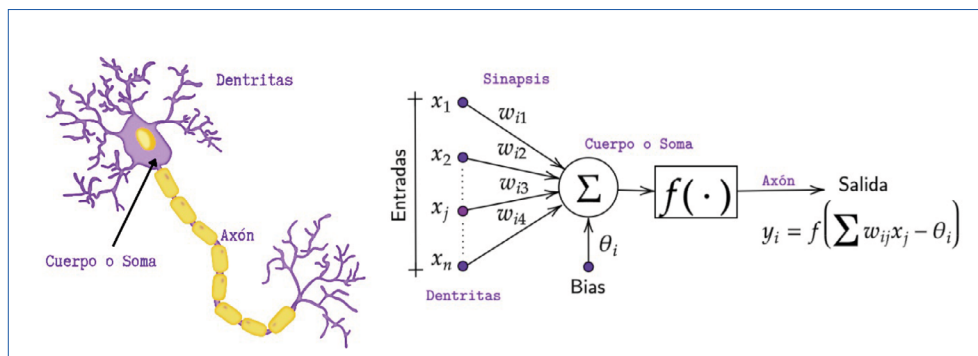


Figura 1. Neurona biológica versus neurona artificial.
 Fuente: elaboración propia.

Redes neuronales artificiales (RNA)

Son modelos computacionales inspirados en el funcionamiento del cerebro humano. Consisten en un conjunto de unidades interconectadas llamadas neuronas (o nodos), que trabajan en conjunto para resolver problemas complejos de aprendizaje automático. Las neuronas están conectadas por **aristas**, que modelan las sinapsis en un cerebro. Cada neurona posee un **estado interno o nivel de activación** (e.g., $S=\{0,1\}$, siendo 0 el estado inactivo y 1 el activo), y una función de activación, que le permite cambiar de estado a partir de las señales que reciben. Estas señales pueden provenir del exterior o de otras neuronas a las cuales está conectada. Cada neurona y arista tienen un **peso** que se ajusta a medida que avanza el aprendizaje, i.e., para minimizar la diferencia entre la salida (respuesta) predicha por la red neuronal y la salida (respuesta) real del sistema que se está modelando.

Las neuronas pueden tener diferentes topologías o arquitecturas, es decir, pueden interconectarse de varias maneras según el número de entradas, neuronas y salidas que se definan para modelar un sistema. Estas neuronas están organizadas en capas, que suelen dividirse en tres tipos: la capa de entrada, las capas ocultas y la capa de salida. La arquitectura más común es una **red feedforward** simple, en la que los datos ingresan a través de una capa de entrada y se mapean secuencialmente a través de varias capas ocultas hasta llegar a una capa de salida.

Para que la red pueda aprender de los datos, los pesos sinápticos se ajustan de forma iterativa mediante un algoritmo de optimización, como el gradiente descendente, que busca minimizar una función de costo y, por lo tanto, reducir el error entre la salida predicha y la real.

Tabla 1. Descripción básica del funcionamiento de las redes neuronales artificiales.
 Fuente: elaboración propia.

Es importante hacer hincapié que no todos los modelos utilizados en el aprendizaje supervisado son RNA. Los algoritmos bayesianos también tienen un uso extendido, especialmente en sistemas dinámicos, así como los algoritmos genéticos y las máquinas de vectores de soporte. Además, la regresión lineal y no lineal siguen siendo muy utilizadas para modelar datos de series temporales, en particular en el ámbito de los fluidos.

El proceso de modelado mediante aprendizaje automático se puede resumir en los pasos listados en la Tabla 2, cada uno de los cuales brinda la oportunidad de obtener exitosamente el modelo más adecuado para nuestros propósitos [2].

1. Definir el sistema a modelar.
2. Curar los datos utilizados para calibrar el modelo.
3. Decidir la arquitectura para modelar los datos.
4. Diseñar una función costo para cuantificar el rendimiento y guiar el proceso de aprendizaje
5. Implementar un algoritmo de optimización para entrenar el modelo y minimizar la función costo.

Tabla 2. Pasos del proceso de modelado en el aprendizaje automático. Fuente: elaboración propia.

El primer paso implica seleccionar el sistema que se va a modelar de acuerdo con los requisitos de ingeniería o intereses científicos, decidir cuáles serán sus datos de entrada y de salida, y decidir qué tipo de aprendizaje automático se empleará para el entrenamiento (o calibración) del modelo. Es crucial que los datos de salida sean determinables a partir de los datos de entrada, ya que capturar la relación funcional entre ellos es precisamente para lo que se entrenará el modelo. Una vez seleccionados los datos de entrada y salida es necesario analizarlos para determinar cuántos son necesarios para obtener el modelo deseado y si su calidad o presentación son adecuadas para calibrar el modelo. En caso contrario, se deben aplicar técnicas de procesamiento para eliminar ruido, identificar y corregir valores atípicos, reemplazar datos faltantes o transformarlos mediante algún tipo de convolución o modulación.

El tercer paso implica elegir la función o conjunto de funciones que conformarán el modelo y que mapearán las entradas con las salidas. Un ejemplo básico son los modelos de regresión lineal, los cuales modelan las salidas como una función lineal de las entradas. Un ejemplo más sofisticado son las RNA profundas, que cuentan con varias capas ocultas, cada una con numerosas neuronas que están interconectadas con otras neuronas de la misma capa o de capas adyacentes. La compleja arquitectura de las RNA profundas las convierte en verdaderas máquinas sofisticadas de interpolación, las cuales requieren grandes cantidades de datos para ser calibradas. Así pues, la selección de la arquitectura dependerá de la cantidad de datos que se posea y la complejidad del sistema que se desea modelar.

En el cuarto paso, la elección de la función costo, se basa en cómo queremos cuantificar qué tan bien está funcionando el modelo. Por ejemplo, el error L2 entre la salida del modelo y la salida real, promediado sobre los datos de entrada, es un término común en la función de pérdida. Además, se pueden agregar otros términos para regularizar la optimización (por ejemplo, la norma L0 o L1 de los parámetros θ para promover la parsimonia y prevenir el sobreajuste).

El último paso consiste en seleccionar e implementar el algoritmo de optimización para encontrar los parámetros θ del modelo que mejor se ajusten a los datos de entrenamiento. A menudo, estos problemas de optimización son no convexos y cuentan con muchos mínimos locales, lo que los hace extremadamente desafiantes. Las RNA profundas tienen múltiples parámetros, lo que requiere grandes conjuntos de datos de entrenamiento y hace necesario el uso de algoritmos de optimización estocásticos. En cierto sentido, el algoritmo de optimización es el motor que impulsa el aprendizaje automático.

Para ilustrar el uso del aprendizaje supervisado en el estudio del movimiento de los fluidos, consideremos el siguiente caso de investigación en el área de dinámica de fluidos que se lleva a cabo en el Instituto de Ingeniería de la UNAM (IIUNAM): el monitoreo y control de 'slugs' en tuberías horizontales que transportan flujos bifásicos de alta viscosidad, i.e., con una fase gaseosa y una fase líquida altamente viscosa.

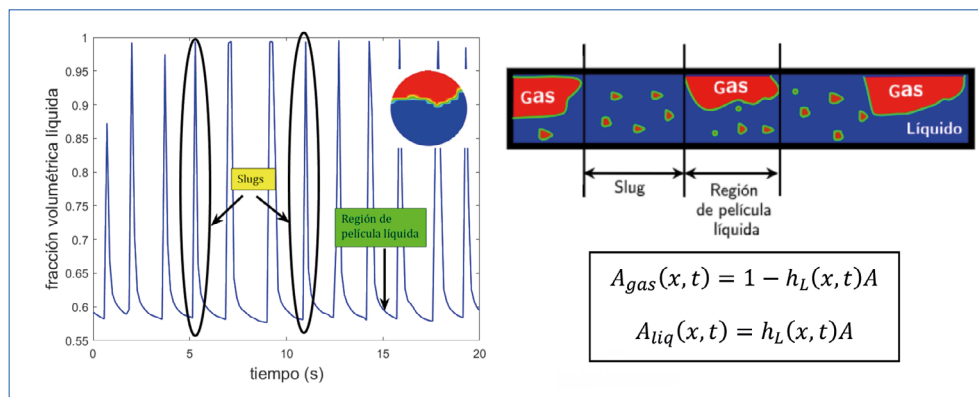


Figura 2. Serie de tiempo de la fracción volumétrica líquida de un flujo con dos fases. Esta fracción es un útil para identificar la presencia de 'slugs' y se define como la fracción del área transversal ocupada por la fase líquida. Fuente: Elaboración propia.

Es importante mencionar que la investigación de flujos bifásicos de alta viscosidad es fundamental debido a su presencia en varios procesos industriales, especialmente en los sectores de petróleo, gas, ingeniería química y procesamiento de alimentos. A diferencia del flujo monofásico, que se clasifica únicamente en flujo laminar, en transición y turbulento, el flujo bifásico presenta múltiples regímenes conocidos como patrones de flujo. Estos patrones son estructuras geométricas en constante evolución temporal y espacial, configuradas por la distribución de las dos fases dentro de la tubería por la que fluyen. Muchos patrones de flujo ya han sido clasificados, lo que permite su identificación cuando aparecen. Algunos de estos patrones se consideran más riesgosos, como el flujo de 'slugs', que son regiones cilíndricas voluminosas de una fase que se desplazan a través de la otra, y cuya presencia puede generar cambios súbitos

de presión. No obstante, este riesgo puede atenuarse mediante la implementación de sistemas automatizados de supervisión y control 'anti-slugs', conformados por sensores inteligentes y modelos predictivos basados, por ejemplo, en RNA [6].

En la Figura 3 se presenta el esquema de una propuesta para controlar la frecuencia y longitud de los 'slugs'. Se trata de un sistema de control en lazo cerrado en el que la referencia, es decir, el comportamiento espacio-temporal deseado para el flujo bifásico de alta viscosidad, se define mediante la fracción volumétrica de la fase líquida. Esta fracción no es más que el área ocupada por la fase líquida en la sección transversal de la tubería.

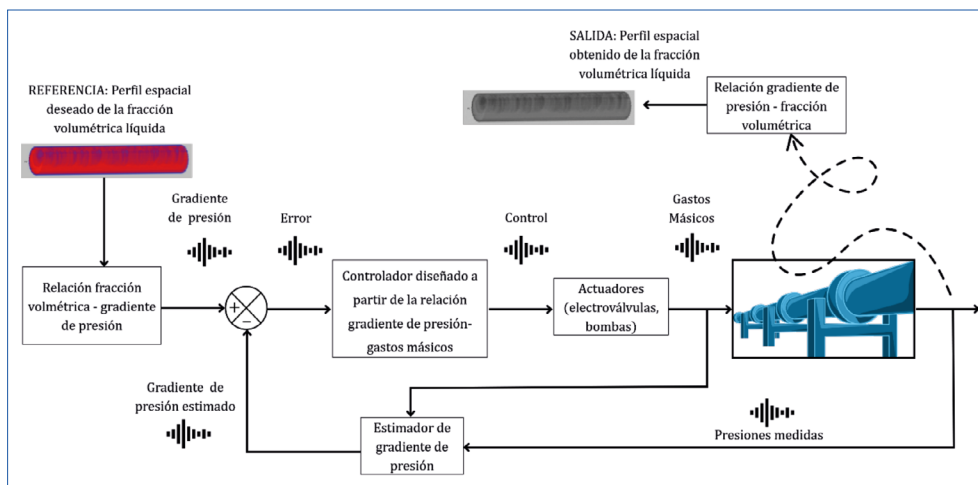


Figura 3. Esquema de control para definir el perfil deseado de la fracción volumétrica líquida. Fuente: elaboración propia.

La fracción volumétrica líquida varía en tiempo y espacio y se suele medir localmente (es decir, en un solo punto en el espacio) con instrumentación costosa como son los tomógrafos. Para medir su evolución espacial a lo largo de una tubería, sería necesario instalar varios tomógrafos en diferentes puntos de la tubería. Por esta razón, resulta conveniente utilizar una relación (modelo) que vincule la fracción volumétrica líquida con un gradiente de presión y utilizar el gradiente de presión para definir el comportamiento deseado del flujo bifásico. ¿Por qué el gradiente de presión? Porque los sensores de presión son más económicos.

Para diseñar el control que ajuste el comportamiento de los actuadores (válvulas o bombas) que regulan el flujo másico de ambas fases, también es necesario encontrar un modelo que relacione el gradiente de presión y los caudales máscicos.

Por otro lado, para calcular el error entre el perfil de presiones deseado y el medido que active la acción de control, se requiere medir el gradiente de presión de manera continua en el espacio, pero los transductores clásicos de presión miden de manera discreta en puntos específicos en el espacio. Por lo tanto, para obtener el gradiente de presión es necesario estimarlo a partir de las mediciones de presión disponibles, para lo cual también se necesita un modelo.

En resumen, se necesitan cuatro modelos para implementar el sistema de control 'anti-slugs' propuesto e ilustrado en la Figura 3. Obtener estos modelos a partir de principios físicos resulta complicado por la interacción de dos fluidos que fluyen simultáneamente, pero este no es el problema principal. Un sistema de control se ejecuta en tiempo real, por lo que las respuestas de los modelos son requeridas durante la ejecución del sistema de control. Si los modelos son complejos, su solución no se obtiene en tiempo real. Por lo tanto, la alternativa natural es obtener modelos de orden reducido, que pueden obtenerse con aprendizaje automático. Uno de estos modelos fue desarrollado y presentado por Ajbar [7]. El desarrollo se llevó a cabo siguiendo el procedimiento descrito en la Tabla 2. Este modelo, compuesto por un conjunto de RNA feedforward anidadas en cascada, fue diseñado para predecir la evolución temporal de las fluctuaciones de presión a lo largo de una tubería horizontal. Para ello, utilizan las mediciones de los gastos máxicos de ambas fases inyectadas en la tubería, junto con los valores de presión medidos en ubicaciones previas a la presión que se desea predecir.

Para entrenar y evaluar las RNA anidadas, se utilizaron datos de gastos máxicos y de presión adquiridos durante treinta pruebas experimentales realizadas en un circuito experimental del Laboratorio de Flujos Multifásicos del IIUNAM. Este circuito consiste en una tubería de 54 metros de longitud y 3 pulgadas de diámetro, equipada con cuatro transductores de presión (MEAS U5300) distribuidos a lo largo de su recorrido. Además, cuenta con una conexión de tres vías previa al circuito, donde se inyectan y miden ambas fases. La medición de cada fase se realiza con caudalímetros (Endress-Hauser Coriolis). Para suministrar la fase líquida se utiliza una bomba de cavidad progresiva (Seepex Mod. BN35-24), mientras que para suministrar aire seco se emplea un compresor (Kaeser Aircenter SK.2).

Durante cada una de las pruebas se inyectaron a la tubería diferentes combinaciones de gastos máxicos de aire y glicerina. Los experimentos se llevaron a cabo durante un período de $t_f = 120$ (s) con un tiempo de muestreo $\Delta t = 0.2$ (s). El conjunto de datos que se obtuvo fue normalizado a un rango de 0.1 a 0.9 y se dividió aleatoriamente en tres partes: 60% para entrenamiento, 20% para validación y 20% para pruebas de las RNA.

Para determinar la arquitectura óptima del modelo compuesto por las RNA, se probaron cuatro funciones de transferencia diferentes en la capa oculta de cada red, así como diversas combinaciones de interconexión entre ellas. Para la etapa de entrenamiento de las RNA se utilizó el algoritmo de Levenberg-Marquardt. La evaluación del modelo se realizó utilizando diferentes métricas estadísticas, destacando el coeficiente de determinación (R^2), el cual alcanzó un valor de 0.98 para la mejor arquitectura.

Conclusiones

El proceso de modelado es un proceso de codificación del conocimiento sobre un sistema o fenómeno físico de interés. En el contexto de la dinámica de fluidos, este proceso debe abordar características inherentes

a la naturaleza de los fluidos que los vuelven difíciles de describir, como escalas espaciales y temporales múltiples, turbulencia, múltiples fases, múltiples grados de libertad, entre otras. El aprendizaje automático puede resultar invaluable en este proceso al ofrecer un conjunto estructurado de herramientas algorítmicas. Aunque estas herramientas han existido durante algún tiempo, han evolucionado significativamente gracias a los avances en el *hardware* computacional, que han mejorado el almacenamiento, procesamiento y transferencia de datos. Esta evolución ha modificado el enfoque del estudio de los fluidos, que abarca una amplia gama de escalas espaciales, desde lo microscópico y discreto hasta lo macroscópico y continuo, así como diferentes escalas de tiempo, desde los picosegundos hasta las horas. Sin embargo, en este nuevo enfoque del estudio de los fluidos, no hay que olvidar que, aunque el aprendizaje automático nos puede ayudar a resolver un problema, el objetivo final es descubrir cómo lo hizo.

Referencias

- [1] R. Peralta-Fabi, Fluidos: Apellido de Líquidos y Gases, 3ra ed. Fondo de Cultura Económica, 2023.
- [2] S. L. Brunton, "Applying machine learning to study fluid mechanics," Acta Mechanica Sinica, vol 37, no. 12, pp. 1718-1726, 2021.
- [3] S. L. Brunton, B. R. Noack, & P. Koumoutsakos, "Machine learning for fluid mechanics," Annual review of fluid mechanics, vol. 52, pp. 477-508, 2020.
- [4] C. W. Rowley, & S. T. Dawson, "Model reduction for flow analysis and control," Annual Review of Fluid Mechanics, vol. 49, pp. 387-417, 2017.
- [5] E. Meijering, "A chronology of interpolation: from ancient astronomy to modern signal and image processing," Proceedings of the IEEE, vol. 90 no. 3, pp. 319-342, 2020.
- [6] E. Jahanshahi, & S. Skogestad, "Anti-slug control solutions based on identified model," Journal of Process Control, vol. 30, pp. 58-68, 20215.
- [7] W. Ajbar, L. Torres, J. E. V. Guzmán, J. Hernández-García, & A. Palacio-Pérez, "Development of artificial neural networks for the prediction of the pressure field along a horizontal pipe conveying high-viscosity two-phase flow," Flow Measurement and Instrumentation, vol. 96, 2024.